

## 第8章 状態空間モデル → 伝達関数モデル

### 8.1 状態空間モデル → 伝達関数

第2の状態空間モデル (10.1)(10.2) の入力信号  $f(t)$  と出力信号  $y(t)$  のラプラス変換をそれぞれ  $F(s), Y(s)$  とおく。

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)], \quad Y(s) = \mathcal{L}[y(t)] \quad (8.1)$$

状態変数  $x(t)$  のラプラス変換は、ベクトル  $x(t)$  の各要素のラプラス変換を成分とする同じサイズのベクトルとして定義することができる。

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] \quad (8.2)$$

導関数のラプラス変換の公式から

$$\mathcal{L}\left[\frac{dx}{dt}(t)\right] = sX(s) - x(0) \quad (8.3)$$

である。これらを (10.1)(10.2) に適用すると

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BF(s), \quad Y(s) = CX(s) \quad (8.4)$$

となり、これを出力信号  $Y(s)$  について解くと

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + C(sI - A)^{-1}BF(s) \quad (8.5)$$

となり、伝達関数は以下のように求まる。

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$$
(8.6)