

基礎制御工学および演習 (第 13 回)

	2015 年 12 月 22 日 実施
学籍番号 15FR999	氏名 かいとう れいこ

【1 次チェック】

回	チェック日	チェック者 (氏名)	判定
1-1	月 日	(TA, 受講生)	(合格、再提出)
1-2	月 日	(TA, 受講生)	(合格、再提出)
1-3	月 日	(TA, 受講生)	(合格、再提出)

【2 次チェック】

回	チェック日	チェック者 (氏名)	判定
2-1	月 日	shio	(合格、再提出)
2-2	月 日		(合格、再提出)

実施要領

[標準フロー]

1. 演習プリントを受け取ったら、まず学籍番号と氏名を記入する。
2. 演習時間内に全問解答し、副手または担当教員の指名する 1 次チェック担当者による 1 次チェックを受ける。
3. 全問正解状態になるまで 不正解問題の理解、答案修正、1 次チェックを繰り返す。
4. 1 次チェックが完了し 全問正解状態になったら 指導教員の 2 次チェックを受ける。
5. 2 次チェックが完了し「合格」印を受けると他の受講生の 1 次チェック担当に指名されることがある。
6. 2 次チェック完了答案は演習時間終了時に提出する。次回の演習開始時に返却される。
7. 演習時間内に 1 次および 2 次チェックが完了しなかった者については、別途指示する。
8. 解答済演習プリントは大切に保管し、学期末にポートフォリオとして整理し提出する。

[質問受け] 授業担当は汐月 (11016A 室)、井上 (11001A 室)。

担当副手は 根本 (岩)、*和久井 (汐)、満洲 (鈴)、*倉持 (汐)、千脇 (汐)、齋藤 (昌) です。

(岩) = 10424 室、(昌) = 10425 室、(汐) = 10426 室、(鈴) = 11003 室

問題 1 次の微分方程式をラプラス変換を用いて解け。

(1-1)

$$\dot{x}(t) + 2x(t) = 0, \quad x(0) = 3$$

両辺をラプラス変換する $(sX(s) - 3) + 2X(s) = 0$

$X(s)$ について解く $X(s) = \frac{3}{s+2}$

ラプラス変換表より $x(t) = 3e^{-2t}$ --- (答え)

(1-2)

$$\dot{x}(t) + 3x(t) = 2, \quad x(0) = 1$$

両辺をラプラス変換する $(sX(s) - 1) + 3X(s) = \frac{2}{s}$

$X(s)$ について解く $X(s) = \frac{1}{s+3} + \frac{2}{s(s+3)}$
 $= \frac{1}{3} \left(\frac{2}{s} + \frac{1}{s+3} \right)$

ラプラス変換表より $x(t) = \frac{1}{3} (2 + e^{-3t})$ --- (答え)

(1-3)

$$\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 2x(t) = 0, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 1,$$

両辺をラプラス変換する $(s^2X(s) - 2s - 1) + 3(sX(s) - 2) + 2X(s) = 0$

$X(s)$ について解く $X(s) = \frac{2s+7}{s^2+3s+2} = \frac{5}{s+1} - \frac{3}{s+2}$

ラプラス変換表より $x(t) = 5e^{-t} - 3e^{-2t}$ --- (答え)

(1-4)

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + 10x(t) = 0, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 1,$$

両辺をラプラス変換する $(s^2X(s) - 2s - 1) + 2(sX(s) - 2) + 10X(s) = 0$

$X(s)$ について解く $X(s) = \frac{2s+5}{s^2+2s+10}$
 $= \frac{2(s+1)}{(s+1)^2+3^2} + \frac{3}{(s+1)^2+3^2}$

ラプラス変換表より $x(t) = e^{-t} (2\cos(3t) + \sin(3t))$ --- (答え)

問題2 次の微分方程式を指数関数の性質を利用して解け。

(2-1)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) + 2x(t) &= 0, \quad x(0) = 3 \\ \text{両辺に } e^{2t} \text{ をかけてまとめる.} & \quad e^{2t} \dot{x}(t) + 2e^{2t} x(t) = 0 \\ & \quad \frac{d}{dt}(e^{2t} x(t)) = 0 \\ x(0) = 3 \text{ を考慮して両辺を積分する} & \quad e^{2t} x(t) = 3 \\ \text{従って,} & \quad \underline{x(t) = 3e^{-2t}} \quad \dots (\frac{1}{6}) \end{aligned}$$

(2-2)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) + 3x(t) &= 2, \quad x(0) = 1 \\ \text{両辺に } e^{3t} \text{ をかけてまとめる} & \quad \frac{d}{dt}(e^{3t} x(t)) = 2e^{3t} \\ \text{両辺を0からtまで定積分する.} & \quad e^{3t} x(t) - x(0) = \frac{2}{3}(e^{3t} - 1) \\ x(0) = 1 \text{ を代入して } x(t) \text{ について解く} & \\ & \quad \underline{x(t) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{-3t}} \quad \dots (\frac{1}{6}) \end{aligned}$$

(2-3)

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 2x(t) &= 0, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 1, \\ \left(\frac{d}{dt} + 2\right)\left(\frac{d}{dt} + 1\right)x(t) &= 0 \quad \text{と書けるので } z(t) = \left(\frac{d}{dt} + 1\right)x(t) \text{ とおく.} \quad \dots \textcircled{1} \\ \frac{d}{dt}z(t) &= -2z(t) \text{ より } z(t) = e^{-2t} z(0) \text{ とおき } \left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ より } z(0) = \dot{x}(0) + x(0) = 1 + 2 = 3 \\ \textcircled{2} \end{array} \right\} \text{ かつ } z(t) = 3e^{-2t} \text{ とおき } \quad \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \text{ より } \frac{d}{dt}x(t) &= -x(t) + z(t) \text{ かつ } \\ x(t) &= e^{-t} x(0) + \int_0^t e^{-(t-\tau)} z(\tau) d\tau \\ \text{これに } x(0) = 2 \text{ および } \textcircled{2} \text{ を代入して計算すると.} & \\ x(t) &= 2e^{-t} + \int_0^t e^{-(t-\tau)} \cdot 3e^{-2\tau} d\tau \\ &= 2e^{-t} - 3e^{-t}(e^{-t} - 1) = \underline{5e^{-t} - 3e^{-2t}} \quad \dots (\frac{1}{6}) \end{aligned}$$

問題3 問題1の微分方程式の解をMATXを使って描画せよ。

