

基礎制御工学および演習 (中間試験) 2 の 1

	2015 年 11 月 17 日 実施	
学籍番号	氏名	点数

試験時間は 9 時 00 分 ~ 10 時 20 分 (80 分) / テキスト, ノート, 資料 持ち込み不可 / 電卓持ち込み可

問題 1 : 定義

次の各問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の根が $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ となることを平方完成 (完全平方) を使って説明せよ。

(2) ネイピア数 e の定義を示せ。また、その値をできるだけ正確な数値で表せ。

(3) 時計の秒針、分針、時計の回転角速度を単位 [rad/s] 有効数字 4 桁の数値で表せ。

(4) 関数 $f(t)$ のラプラス変換の定義式を書け。

(5) 関数 $f(t)$ と $g(t)$ の畳み込み積分の定義式を書け。ただし, $f(t) = 0, g(t) = 0, t < 0$ とする。

(6) 振幅 50mV の正弦波をゲイン 40dB の理想的な増幅器に入力すると出力の振幅は何ボルトになるか答えよ。

(7) $100[\text{rad}]$ は n 回転 $+\theta[\text{rad}]$ である。このときの n と θ を求めよ。ただし、 n は正整数である。また θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たす小数 (小数点以下 3 桁) で答えよ。

問題 2 : オイラーの公式

オイラーの公式 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ を以下の手順で証明せよ。
ただし、 $f(\theta) = e^{j\theta}(\cos \theta - j \sin \theta)$ とする。また、 $(e^{a\theta})' = ae^{a\theta}$, $(\cos \theta)' = -\sin \theta$, $(\sin \theta)' = \cos \theta$, $j^2 = -1$ は既知の事実とする。

(1) $f(0)$ を求めよ。

(2) $\frac{d}{dt}f(\theta)$ を求めよ。

(3) $f(\theta)(\cos \theta + j \sin \theta)$ を求めよ。

(4) (1) と (2) からどのような事実が結論づけられるか。

(5) (3) と (4) からどのような事実が結論づけられるか。

問題 3 : 微分・積分

次の (1) ~ (3) の関数を微分せよ。また (4) ~ (6) は積分せよ。

$$(1) y = \frac{x^2 + 1}{2x - 1}$$

$$(2) y = \sqrt{3 - 2x}$$

$$(3) y = \frac{\tan x}{\sin x + 2}$$

$$(4) \int \frac{1}{x^4} dx$$

$$(5) \int e^{e^x} e^x dx$$

$$(6) \int \sin 5x dx$$

問題 4 : ラプラス変換表

(1) 下記のラプラス変換に関する表を完成せよ .

	$f(t)$	$F(s)$
ディラックデルタ (インパルス)	$\delta(t)$	1
ステップ関数 (インデシャル)	$\mathbf{1}(t)$	
ランプ関数	t	
べき (冪) 関数	$\frac{1}{n!}t^n$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
指数関数	e^{-at}	
	$\frac{1}{n!}t^n e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$
正弦関数 (正弦関数)	$\sin(\omega t)$	
余弦関数 (余弦関数)	$\cos(\omega t)$	
指数減衰振動関数		$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
指数減衰振動関数		$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$

	$f(t)$	$F(s)$
線形性	$af(t) + bg(t)$	
導関数	$\dot{f}(t)$	
2 階導関数	$\ddot{f}(t)$	
n 階導関数	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k f^{(n-k)}(0)$
初期値定理	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	
最終値定理	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	
時間シフト	$f(t-L)$	$e^{-Ls} F(s)$
畳み込み積分 (convolution)		$F(s)G(s)$
状態遷移行列	e^{At}	$(sI - A)^{-1}$
状態方程式	$\int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$	$(sI - A)^{-1} BU(s)$

基礎制御工学および演習 (中間試験) 2 の 2

	2015 年 11 月 17 日 実施	
学籍番号	氏名	点数

試験時間は 9 時 00 分 ~ 10 時 20 分 (80 分) / テキスト, ノート, 資料 持ち込み不可 / 電卓持ち込み可

問題 5 : 複素数・三角関数・ラプラス変換

次の計算結果を指示された表現で解答せよ。

(1) $(a + bj)(c + dj)$ (直交座標表現)

(2) $\frac{a + bj}{c + dj}$ (直交座標表現)

(3) $\left(\frac{1 + j}{2}\right)^3$ (直交座標表現および極座標表現)

(4) $e^{j\frac{\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}}$ (直交座標表現および極座標表現)

(5) $\log_e j$ (直交座標表現)

(6) $\log_e(-1)$ (直交座標表現)

(7) $z^6 = 1$ の解 (直交座標表現および極座標表現)

(8) $3 \cos \theta + 4 \sin \theta$ ($A \sin(\theta + \phi)$ の形式)

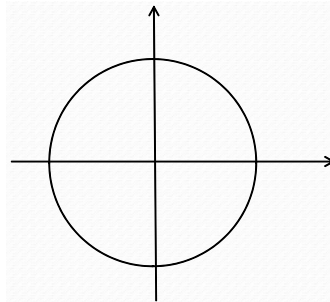
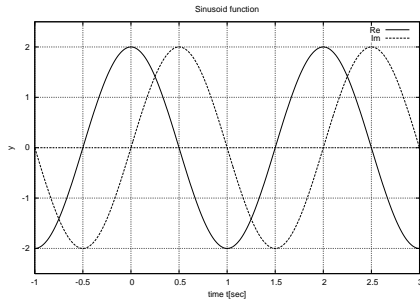
(8) $\sin(3\theta)$ ($\sin \theta$ だけの表現)

(9) e^{-at} のラプラス変換

(10) $\frac{df(t)}{dt}$ のラプラス変換 ($f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ を使って)

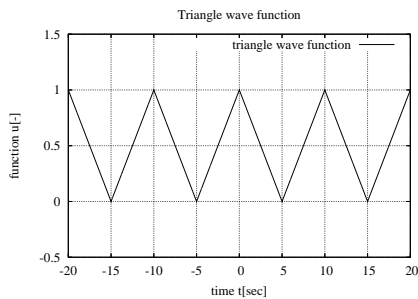
問題 6 : 三角関数

次の正弦波は複素数の値を持つ信号 $y(t) = y_R(t) + jy_I(t)$ の実部 $y_R(t)$ を実線で、虚部 $y_I(t)$ を破線で、横軸を時間 t として表した図である。この信号の時刻 0, 1, 2 秒での値を図から読みとり、0 秒を (a), 1 秒を (b), 2 秒を (c) として複素平面上にプロットせよ。また、波形から振幅、角周波数、初期位相角を読み取り極座標形式で $y(t)$ を t の関数として表現せよ。



問題 7 : 波形の数式表現

次の波形を数式で表せ。



問題 8 : ラプラス変換

次のグラフの実線で表される関数のラプラス変換を定義より導け。

