

基礎制御工学および演習 (第4回)

	2013 年 10 月 4 日 実施
学籍番号 13FR999	氏名 かいとう れいこ

回	受講生記入欄	指導員記入欄	評価 (再/合)
1	月 日	月 日	再 ☐ 合 ☐
2	月 日	月 日	再 ☐ 合 ☐
3	月 日	月 日	再 ☐ 合 ☐

実施要領

[標準フロー]

1. 受け取ったら、まず学籍番号と氏名を記入する。
2. この時間（金曜4限目）中に全問解答し提出する。
3. 採点済みの答案は火曜日の授業前に返却する。
4. その後の取り扱いについては返却時に指示する。

[例外フロー]

(1) 以下の三角関数を $\sin \theta, \cos \theta$ を用いて表現せよ.

$$(a) \sin(3\theta) = 3\cos^2\theta \sin\theta - \sin^3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$

$$(b) \cos(3\theta) = \cos^3\theta - 3\cos\theta \sin^2\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$

$$(c) \sin(4\theta) = 4\sin\theta \cos\theta (1 - 2\sin^2\theta)$$

$$(d) \cos(4\theta) = 8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1$$

hint: $(\cos(\theta) + j\sin(\theta))^n = \cos(n\theta) + j\sin(n\theta)$

(2) つぎの複素数の計算をせよ.

$$z^4 = 1$$

の解, つまり 1 の 4 乗根を求める. $1 = e^{2jk\pi}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ なので 1 の 4 乗根は

$$z_k = (e^{2jk\pi})^{\frac{1}{4}} = e^{\frac{\pi}{2}kj}$$

である. つまり

(極座標表現)

(直交座標表現)

$$k=0 \text{ のとき } z_0 = e^{0j} = 1$$

$$k=1 \text{ のとき } z_1 = e^{\frac{\pi}{2}kj} = j$$

$$k=2 \text{ のとき } z_2 = e^{j\pi} = -1$$

$$k=3 \text{ のとき } z_3 = e^{\frac{3}{2}\pi j} = -j$$

$$k=4 \text{ のとき } z_4 = e^{2\pi j} = 1$$

$z_4 = 1$ は $z_0 = 1$ と一致し, 以後同じ解が繰り返し現れる. よって, $z^4 = 1$ の解は

$$\{z_0, z_1, z_2, z_3\} = \{e^{0j}, e^{\frac{\pi}{2}j}, e^{j\pi}, e^{\frac{3}{2}\pi j}\} \quad (\text{極座標表現})$$

$$= \{1, j, -1, -j\} \quad (\text{直交座標表現})$$

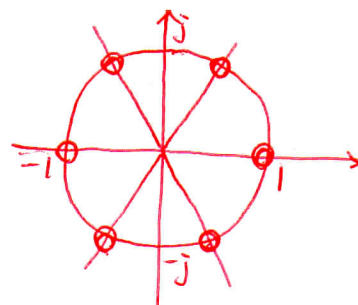
の 4 つである.

(3) 同様の方法で $z^6 = 1$ の解を求めよ.

$$\{e^{0j}, e^{\frac{\pi}{3}j}, e^{\frac{2\pi}{3}j}, e^{j\pi}, e^{\frac{4\pi}{3}j}, e^{\frac{5\pi}{3}j}\}$$

または

$$\{\pm 1, \pm \frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}\}$$



(4) 対数の性質および以下の近似値を用いて、問題の式を計算せよ。

小数点以下4桁

$$\log(AB) = \log(A) + \log(B) \quad \log(A^p) = p \log(A)$$

$$\log\left(\frac{A}{B}\right) = \log(A) - \log(B) \quad \frac{\log_a x}{\log_a b} = \log_b x$$

$$\log_{10} 2 \approx 0.3010$$

$$\log_{10} 3 \approx 0.4771$$

$$\log_{10} 5 \approx 0.6990$$

$$\log_{10} 7 \approx 0.8451$$

$$(a) \log_{10} 12 = 1.0791$$

$$(b) \log_{10} 18 = 1.2552$$

$$(c) \log_{10} 25 = 1.3980$$

$$(d) \log_{10} 35 = 1.5441$$

$$(e) \log_{10} \left(\frac{1}{2}\right) = -0.3010$$

$$(f) \log_{10} \left(\frac{1}{3}\right) = -0.4771$$

$$(g) \log_{10} \left(\frac{1}{4}\right) = -0.6020$$

$$(h) \log_{10} \left(\frac{1}{5}\right) = -0.6990$$

$$(i) \log_{10} \left(\frac{1}{6}\right) = -0.7781$$

$$(k) \log_{10} \left(\frac{1}{8}\right) = -0.9030$$

(5) 自然対数の性質に注意して、以下の値を計算せよ。

$$(a) \log_e(j) = j\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) = j\pi\left(\frac{1}{2} + 2k\right)$$

$$(b) \log_e(1+j) = \frac{1}{2}\ln 2 + j\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) = \frac{1}{2}\ln 2 + j\pi\left(\frac{1}{4} + 2k\right)$$

$$(c) \log_e(-1) = j(\pi + 2k\pi) = j\pi(1 + 2k)$$

$$(d) \log_e(-e) = 1 + j(\pi + 2k\pi) = 1 + j\pi(1 + 2k)$$

$$(e) \log_e(je) = 1 + j\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) = 1 + j\pi\left(\frac{1}{2} + 2k\right)$$

$$\frac{1}{2}\ln 2 \approx 0.34657$$

(6) つぎの関数のグラフを、 $\frac{1}{100} \leq x \leq 100$ の範囲で片対数目盛りのグラフ用紙上に描きなさい。

$$f(x) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)$$

02"も可

x	$1+x^2$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\log_{10} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$f(x)$
0.01	1.0001	0.99995	(-2.171×10^{-5})	-0.0004
0.1	1.01	0.9950	-0.0021	-0.0432
0.2	1.04	0.9806	-0.0085	-0.1703
0.5	1.25	0.8944	-0.0485	-0.9691
1.0	2.0	0.7071	-0.1505	-3.0103
2.0	5.0	0.4472	-0.3495	-6.9897
3.0	10.0	0.3162	-0.5000	-10.000
5.0	26.0	0.1961	-0.7075	-14.150
10.0	101.0	0.09950	-1.0022	-20.043
20.0	401.0	0.049937	-1.3016	-26.0314
50.0	2501.0	2.0×10^{-2}	-1.6991	-33.981
100.0	10001.0	1.0×10^{-2}	-2.000	-40.000

各点を●印で
プロットする。

