

基礎制御工学および演習 (第3回)

	2015 年 10 月 6 日 実施
学籍番号 15FR999	氏名 かいとう れいこ

【1次チェック】

回	チェック日	チェック者 (氏名)	判定
1-1	月 日	(TA, 受講生)	(合格、再提出)
1-2	月 日	(TA, 受講生)	(合格、再提出)
1-3	月 日	(TA, 受講生)	(合格、再提出)

【2次チェック】

回	チェック日	チェック者 (氏名)	判定
2-1	月 日		(合格、再提出)
2-2	月 日		(合格、再提出)

実施要領

[標準フロー]

1. 演習プリントを受け取ったら、まず学籍番号と氏名を記入する。
2. 演習時間内に全問解答し、副手または担当教員の指名する1次チェック担当者による1次チェックを受ける。
3. 全問正解状態になるまで 不正解問題の理解、答案修正、1次チェックを繰り返す。
4. 1次チェックが完了し 全問正解状態になったら 指導教員の2次チェックを受ける。
5. 2次チェックが完了し「合格」印を受けると他の受講生の1次チェック担当に指名されることがある。
6. 2次チェック完了答案は演習時間終了時に提出する。次回の演習開始時に返却される。
7. 演習時間内に1次および2次チェックが完了しなかった者については、別途指示する。
8. 解答済演習プリントは大切に保管し、学期末にポートフォリオとして整理し提出する。

[質問受付] 授業担当は汐月 (11016A 室)、井上 (11001A 室)。

担当副手は 根本 (岩)、*和久井 (汐)、満洲 (鈴)、*倉持 (汐)、千脇 (汐)、齋藤 (畠) です。

(岩) = 10424 室、(畠) = 10425 室、(汐) = 10426 室、(鈴) = 11003 室

【1】弧度法に関する以下の問いに答えよ。

(1) 弧度法の 1rad を度数法で表現せよ。

$$\frac{180}{\pi} = 57.2958 \dots \approx 57.3 \text{ 度}$$

(2) 度数法では 1 度をさらに細かく表現する方法が定義されている。調べよ。

$$\begin{aligned} 1 \text{ 度} &= 60 \text{ 分} \quad (1^\circ = 60') \\ 1 \text{ 分} &= 60 \text{ 秒} \quad (1' = 60'') \end{aligned}$$

(3) 100 rad は何回転と残り何 rad か。100 rad = n 回転 + θ rad, ($0 \leq \theta < 2\pi$) とおいたときの n と θ を求めよ。

$$100 \text{ rad} \approx \underbrace{2\pi \times 15}_{15 \text{ 回転}} + 5.752 \text{ rad}$$

(4) 時計の秒針は 1 秒間に何 rad 進むか。分針、時針はどうか。(回転の向きに注意せよ。)

$$\text{秒針} - \frac{2\pi}{60} \approx -0.10472 \text{ rad/s}$$

$$\text{分針} - \frac{2\pi}{60 \times 60} \approx -0.1745 \times 10^{-2} \text{ rad/s}$$

$$\text{時針} - \frac{2\pi}{60 \times 60 \times 12} \approx -0.14544 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$$

CW clock wise



【2】 $z_1 = 2 + 4j$, $z_2 = 5 + 6j$ のとき、つぎの計算について、答えだけでなく途中経過が分かるように導出過程を記述せよ。

$$(1) \quad z_1 + z_2 = (2+4j) + (5+6j) = (2+5) + (4+6)j = 7 + 10j$$

$$(2) \quad z_1 - z_2 = (2+4j) - (5+6j) = (2-5) + (4-6)j = -3 - 2j$$

$$(3) \quad z_1 \times z_2 = (2+4j) \cdot (5+6j) = 10 + 20j + 12j + 24j^2 \\ = (10 - 24) + (20 + 12)j = -14 + 32j$$

$$(4) \quad z_1 \div z_2 = \frac{(2+4j) \times (5-6j)}{(5+6j) \times (5-6j)} = \frac{10+20j-12j-24j^2}{25+36} = \frac{34}{61} + \frac{8}{61}j$$

$$(5) \quad \bar{z}_1 = 2 - 4j$$

$$(6) \quad \bar{z}_2 = 5 - 6j$$

$$(7) \quad \overline{z_1 + z_2} = \overline{7+10j} = 7 - 10j = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$(8) \quad \overline{z_1 - z_2} = \overline{-3-2j} = -3 + 2j = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$$

$$(9) \quad \overline{z_1 \times z_2} = \overline{-14+32j} = -14 - 32j$$

$$(10) \quad \overline{z_1 \div z_2} = \overline{\frac{34}{61} + \frac{8}{61}j} = \frac{34}{61} - \frac{8}{61}j$$

$$(11) \quad z_1 + \bar{z}_1 = (2+4j) + (2-4j) = 4 + 0j = 4 = 2 \operatorname{Re}(z_1)$$

$$(12) \quad z_1 - \bar{z}_1 = (2+4j) - (2-4j) = (2-2) + (4+4)j = 8j = 2 \operatorname{Im}(z_1)$$

$$(13) \quad z_2 + \bar{z}_2 = (5+6j) + (5-6j) = 10 = 2 \operatorname{Re}(z_2)$$

$$(14) \quad z_2 - \bar{z}_2 = (5+6j) - (5-6j) = 12j = 2 \operatorname{Im}(z_2)$$

$$(15) \quad |z_1| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \doteq 4.472$$

$$(16) \quad |z_2| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25+36} = \sqrt{61} \doteq 7.810$$

$$(17) \quad |z_1 + z_2| = |7+10j| = \sqrt{49+100} = \sqrt{149} \doteq 12.207 \leq |z_1| + |z_2|$$

$$(18) \quad |z_1 - z_2| = |-3-2j| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \doteq 3.606 \leq |z_1| + |z_2|$$

$$(19) \quad |z_1 \times z_2| = |-14+32j| = \sqrt{(-14)^2 + (32)^2} = \sqrt{196+1024} = \sqrt{1220} \doteq 34.928 = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$(20) \quad |z_1 \div z_2| = \left| \frac{34}{61} + \frac{8}{61}j \right| = \sqrt{\left(\frac{34}{61}\right)^2 + \left(\frac{8}{61}\right)^2} = \sqrt{\frac{1220}{61^2}} = \frac{34.928}{61} \doteq 0.5726 = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

【3】 $z_3 = j, z_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}j, z_5 = \cos \theta + j \sin \theta$, のとき、つぎの計算をせよ。

$$(1) \quad z_3^2 = j^2 = -1$$

$$(2) \quad z_3^3 = j^3 = j^2 \cdot j = -1 \times j = -j$$

$$(3) \quad z_3^4 = j^4 = j^2 \cdot j^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$(4) \quad z_3^{-1} = \frac{1 \times j}{j \times j} = \frac{j}{-1} = -j$$

$$(5) \quad z_3^{-2} = \frac{1}{j^2} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$(6) \quad z_4^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}j\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}j\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}j\right)^2 = \frac{1}{2} + j - \frac{1}{2} = j$$

$$(7) \quad z_4^3 = z_4^2 \cdot z_4 = j \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}j\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}j$$

$$(8) \quad z_4^4 = (z_4^2)^2 = j^2 = -1$$

$$(9) \quad z_4^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}j\right)} \times \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j\right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j\right)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j = \overline{z_4}$$

$$(10) \quad z_4^{-2} = \frac{1}{z_4^2} = \frac{1}{j} = -j$$

$$(11) \quad z_5^2 = (\cos \theta + j \sin \theta)^2 = \cos^2 \theta + j \cos \theta \sin \theta + j \sin \theta \cos \theta + (j \sin \theta)^2 \\ = (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + j(\cos \theta \sin \theta + \sin \theta \cos \theta) \\ = \cos 2\theta + j \sin 2\theta$$

$$(12) \quad z_5^3 = \longrightarrow = \cos 3\theta + j \sin 3\theta$$

$$(13) \quad z_5^4 = \longrightarrow = \cos 4\theta + j \sin 4\theta$$

$$(14) \quad z_5^{-1} = \frac{1}{\cos \theta + j \sin \theta} \times \frac{\cos \theta - j \sin \theta}{\cos \theta - j \sin \theta} = \frac{\cos \theta - j \sin \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \cos \theta - j \sin \theta = \overline{z_5}$$

$$(15) \quad z_5^{-2} = \frac{1}{\cos 2\theta + j \sin 2\theta} = \cos 2\theta - j \sin 2\theta = \overline{z_5^2}$$